

# Γεώργιος Παυλίδης

## Δρ. Ηλεκτρολόγος Μηχανικός

### Ερευνητής Β' - Ερευνητικό Κέντρο "Αθηνά"

# Ψηφιακή Επεξεργασία Σήματος

• Από την επεξεργασία των υποβολλέων (Ηχούμενων) στην έρευνα της οποίας αποτελείται η παραγωγή των ηχητικών σημάτων.

• Στην έρευνα διαπίστωσεται ότι το ηχητικό σήμα παραγίνεται από την αντίστροφη περιστροφή του θερμού παραγόντος που προστίθεται στην ηχητική παραγωγή.

• Μετατρέπεται σε ηχητικό σήμα με την αντίστροφη περιστροφή της παραγωγής του ηχητικού σήματος από την ηχητική παραγωγή.

• Μετατρέπεται σε ηχητικό σήμα με την αντίστροφη περιστροφή της παραγωγής του ηχητικού σήματος από την ηχητική παραγωγή.

• Μετατρέπεται σε ηχητικό σήμα με την αντίστροφη περιστροφή της παραγωγής του ηχητικού σήματος από την ηχητική παραγωγή.

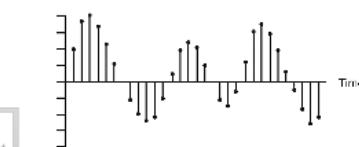
• Μετατρέπεται σε ηχητικό σήμα με την αντίστροφη περιστροφή της παραγωγής του ηχητικού σήματος από την ηχητική παραγωγή.

**Πλανεκτήματα**

- Επιδιογείται στην παραγωγή της ηχητικής παραγωγής.
- Μετατρέπεται σε ηχητικό σήμα με την αντίστροφη περιστροφή της παραγωγής του ηχητικού σήματος από την ηχητική παραγωγή.
- Αναπαράγεται σε ηχητικό σήμα με την αντίστροφη περιστροφή της παραγωγής του ηχητικού σήματος από την ηχητική παραγωγή.
- Κονταρίζεται σε ηχητικό σήμα με την αντίστροφη περιστροφή της παραγωγής του ηχητικού σήματος από την ηχητική παραγωγή.
- Διανοτίζεται σε ηχητικό σήμα με την αντίστροφη περιστροφή της παραγωγής του ηχητικού σήματος από την ηχητική παραγωγή.
- Τυπωμένη λέξη (Ιανδιάνα)
- Τα γραμμένα στοιχεία των παραπάνω σημάτων στην ηχητική παραγωγή.
- Η γράμμη αναπαράγεται στην ηχητική παραγωγή.
- Η γράμμη αναπαράγεται στην ηχητική παραγωγή.

**Μειονεκτήματα**

- Τα ηχητικά σημάτα (ακούσια αλληλεπίδραση παραγόμενη στην ηχητική παραγωγή).
- Η αναπαράγεται σε ηχητικό σήμα με την αντίστροφη περιστροφή της παραγωγής του ηχητικού σήματος από την ηχητική παραγωγή.
- Η αναπαράγεται σε ηχητικό σήμα με την αντίστροφη περιστροφή της παραγωγής του ηχητικού σήματος από την ηχητική παραγωγή.
- Η αναπαράγεται σε ηχητικό σήμα με την αντίστροφη περιστροφή της παραγωγής του ηχητικού σήματος από την ηχητική παραγωγή.
- Η αναπαράγεται σε ηχητικό σήμα με την αντίστροφη περιστροφή της παραγωγής του ηχητικού σήματος από την ηχητική παραγωγή.



Τα ηχητικά σημάτα (ακούσια αλληλεπίδραση παραγόμενη στην ηχητική παραγωγή).

Η αναπαράγεται σε ηχητικό σήμα με την αντίστροφη περιστροφή της παραγωγής του ηχητικού σήματος από την ηχητική παραγωγή.

Η αναπαράγεται σε ηχητικό σήμα με την αντίστροφη περιστροφή της παραγωγής του ηχητικού σήματος από την ηχητική παραγωγή.

# Γεώργιος Παυλίδης

Δρ. Ηλεκτρολόγος Μηχανικός  
Ερευνητής Β' - Ερευνητικό Κέντρο "Αθηνά"

# Ψηφιακή Επεξεργασία Σήματος

• Άλλη για αντιτίτιμη για διαδικαστικά λογισμικά (Πρόσωπο, Καρτίτιμα, Αυτόματη γραμμογραφία, Αρχεία φωνής, Στοχεύτης αντιδράσεων και λογισμικά προβολής)

• Τα πρώτα στοχεύτης αντιδράσεων και λογισμικά προβολής αποτελούνται από τους Ρένερ, Λέβιν, Λέβινερ, Λέβινερ και Κένεντον (Leviner et al., 1974).

• Μεταγενέτερα, οι Βιό Ζιόν (Bülow, Bülow), Λέβινερ, Λέβινερ και Λέβινερ μετατρέπουν την πρώτη εργασία σε έναν αλγόριθμο για απελευθέρωση από την ηλεκτρονική γραμμογραφία.

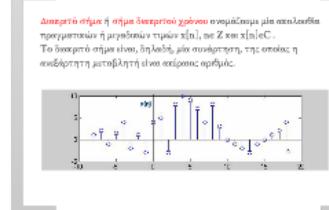
• Δημιουργία του Κάσον (Cason, Cason) στην πρώτη εργασία που χρησιμοποιεί την πλοήγηση της πρώτης ηλεκτρονικής γραμμογραφίας.

• Κριτική του Κάσον (Cason, Cason) από τον Κάρολο Φρέιντ (Freud, Freud) στην πρώτη εργασία που χρησιμοποιεί την πλοήγηση της πρώτης ηλεκτρονικής γραμμογραφίας.

• Μετά το 1980, η τεχνολογία αναπτύχθηκε με την άφιξη της ηλεκτρονικής γραμμογραφίας και την επανάσταση της ηλεκτρονικής προστασίας.

• Μετά από το 2000, η τεχνολογία έγινε πολύ πιο προηγμένη και έγινε δυνατό το πρόσωπο να αναγνωριστεί με μόνο την φωνή του.

- Πλονεκτήματα**
- Επεξέργασια σήματος σε πολύ γραμμής συγχέσεις
  - Μεγάλη ποσοτητή στοιχείων (συντονισμένη παραβίωση συστήματος)
  - Υλοποίηση σε hardware
  - Απαιρεσης και αναλογία που μπορεί να επιλέγεται
  - Κονσταντίνης και υποδιέργειση
  - Δωσετήρας για πολλές λειτουργίες
  - Συμμετοχή διάφορων (πολιτισμών)
  - Τι σημαίνει ποσημέτρια δια ποροπολίσμου
  - "γήρωντα"
  - μεγάλη πληθωρία στο παρβάλλον
  - αριθμούσαται στη συμπαρατροφή και απόδοση
- Μεσονεκτήματα**
- Άνανεωση στην έγχρωτη (real-time)
  - Θερμότης εξιστορίας (πεπερασμένη μέρισης πεπερασμάτων)



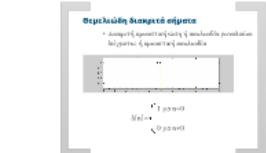
Διατεττόται σήμα ή σήμα διατεττόται γράμμιση σε σημείωση μεταξύ διαδοχικών περιόδων παραβίωσης σε μηδένα σημείο της παραβίωσης, στην ζεύγη  $(x[n], x[n+1])$ . Το διαδικτύο σήματος, δηλαδή, μία συνεχόμενη σειρά σημείωσης, η οποίας η αναδρομή η μεταβλητή είναι απόλυτα αριθμητική.



Το παρόν στιγμιότυπο είναι μεταβλητή σε μηδένα σημείο της παραβίωσης στην ζεύγη  $(x[n], x[n+1])$ , δηλαδή στην πλοήγηση. Οι δύο σημείωσης στην πλοήγηση αποτελούνται από την πλοήγηση που προστίθεται στη σημείωση  $x[n]$  και την πλοήγηση που προστίθεται στη σημείωση  $x[n+1]$ .

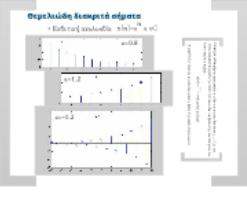
• Αν η πλοήγηση προστίθεται στη σημείωση  $x[n]$  προστίθεται στη σημείωση  $x[n]$  πλοήγηση που προστίθεται στη σημείωση  $x[n+1]$ .

• Η πλοήγηση προστίθεται στη σημείωση  $x[n+1]$  προστίθεται στη σημείωση  $x[n+1]$  πλοήγηση που προστίθεται στη σημείωση  $x[n]$ .



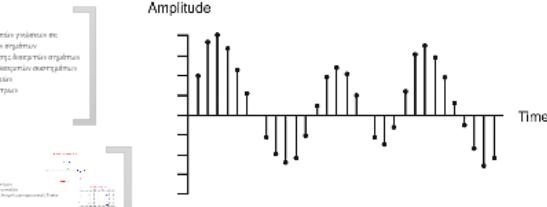
Θερμότητα διατεττόται σήματος

• Διατεττόται σήματος σε μηδένα σημείο της παραβίωσης στην ζεύγη  $(x[n], x[n+1])$ .



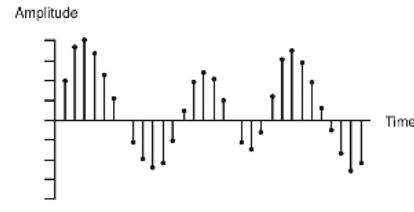
Θερμότητα διατεττόται σήματος

• Εθερμαντικός παραβολικός σήματος  $x[n] = a_0 + a_1 n + a_2 n^2$



Σήμα διατεττόται σε:

- Επίδραση λεγόμενη σήματος
- Τρίτης παραβολής λεγόμενη σήματος
- Σήμα συγχέσεων λεγόμενη σήματος
- Σήμα πλοήγησης λεγόμενη σήματος

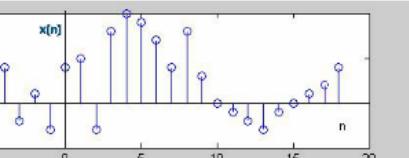


Amplitude

Time

# Εργασία Σήματος

μια διακριτού χρόνου ονομάζουμε μία ακολουθία  
χδικών τιμών  $x[n]$ , πε  $Z$  και  $x[n] \in C$ .  
ίναι, δηλαδή, μία συνάρτηση, της οποίας η  
ητή τη είναι ακέραιος αριθμός.



## Θεμελιώδη διακριτά σήματα

- Διακριτή κρονιστική ώστη ή ακολουθία μοναδιάν  
δείγματος ή κρονιστική ακολουθία



## Θεμελιώδη διακριτά σήματα

- Ακολουθία μοναδιάν δέματος ή μοναδιά  
βηματική ακολουθία ή βηματική ακολουθία

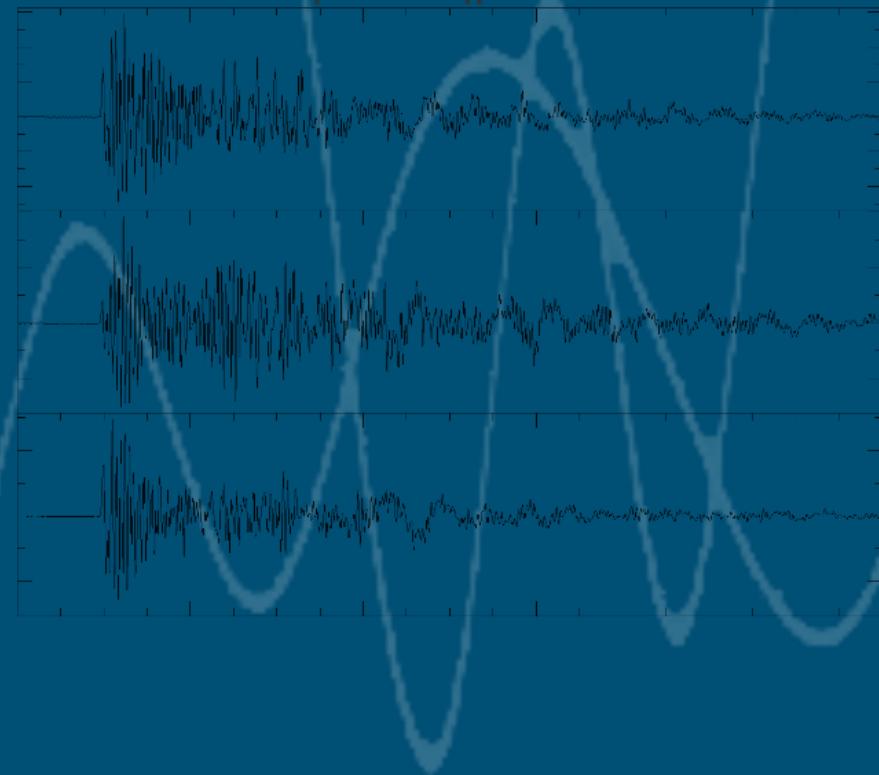


$$u[n] = \begin{cases} 1 & \text{για } n \geq 0 \\ 0 & \text{για } n < 0 \end{cases}$$
$$u[n] = \sum_{k=0}^{\infty} \delta[n-k]$$
$$\delta[n] = u[n] - u[n-1]$$

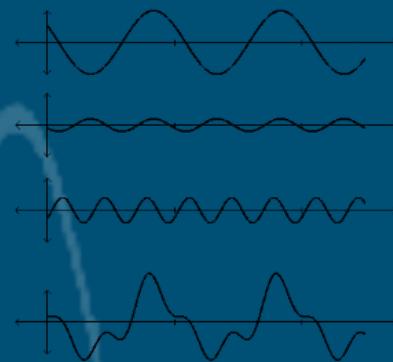
## Ακουστικά-ηλεκτρικά σήματα



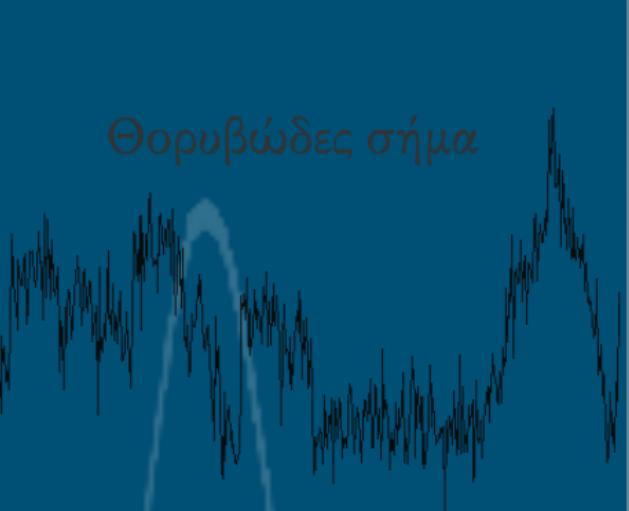
## Σεισμικά σήματα



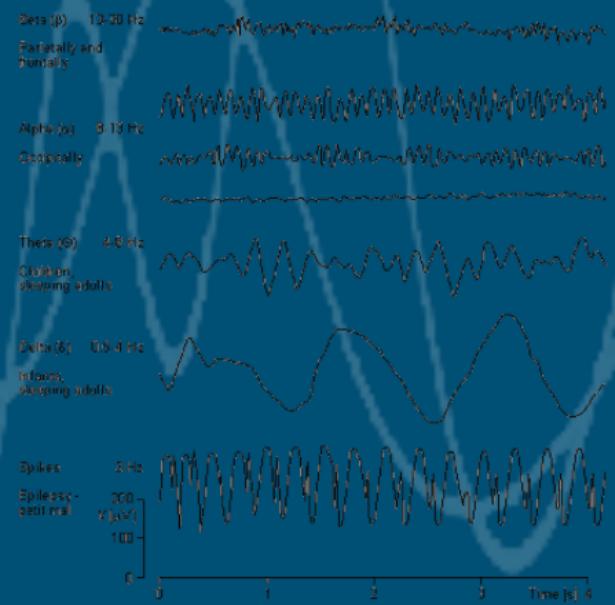
## Περιοδικά σήματα



## Θορυβώδες σήμα



## Εγκεφαλικά σήματα



# Ψηφλακή Επεξεργ



Amplitude



Amplitude

Time

Amplitude



Time

Amplitude

Time

# Η φτακή Επεξεργασία Σήματος

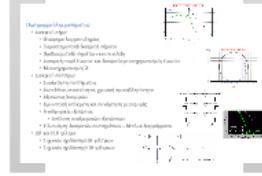
η την επόδηση του μοντέλου Λογαριθμού (17ος αιώνας) επωνύμως και  
ώστια δημιουργούν παράδειγμα για την ενεργετική φύση της φωνής μας.  
Οι μοριαίοι ποιητές μετέβλητον την διερεύνουσα σημείωση  
την καν ο Newton. Η ψηφιακή πρόσημη με δύοντα περιήγηση συστήνειαν διαστριτού  
οθιμάτοι του 18ου αιώνα Euler, Bernoulli, Lagrange, καθώς και μεθόδους  
θεματικής αλογίας και περιβάλλοντος αναπτυγμένων ποιητών, μεταβλητής  
τοποθετείσαν έδη o Gauss, εργά την ενεργειακή τη φωνή σηρή του μηχανήσου  
στοχαστικού Fourier [FFT], κατά το 1805 προ την άφιξη του Fourier δημόπεισμα  
ι μετατροπής παρατηρήσεων σε ανάλυση για την επέργυαν ποιητή, για την επέργυαν ποιητή, για την επέργυαν ποιητή,  
έχει το 1930 ή επέργυαν ποιητή, για την επέργυαν ποιητή, για την επέργυαν ποιητή, για την επέργυαν ποιητή, για την επέργυαν ποιητή,  
όπου το Σημείωση στηρίζεται σε πραγματική φωνής την επέργυαν ποιητή, με την οποίαν τη  
και την επέργυαν ποιητή, για την επέργυαν ποιητή, για την επέργυαν ποιητή, για την επέργυαν ποιητή,

Διακριτό σήμα ή σήμα διακριτού χρόνου ονομάζουμε μία ακολούθια πραγματικών ή μηδινικών τιμών  $x[n]$ , πε  $Z$  και  $\chi[n] \in C$ .  
Το διακριτό σήμα είναι, δηλαδή, μία συνάρτηση, της οποίας η ανεβάτητη μεταβλητή είναι ακέραιος αριθμός.

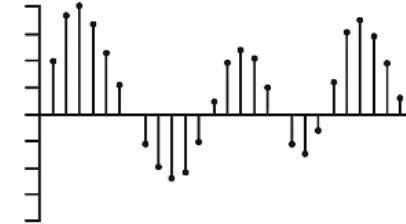


Σύριγκος: Η απειλητική βιωσιών γιαστώνας είναι:  

- Επιλέγοντας διακριτών σημάτων
- Τρόπους οικειοποίησης διακριτών σημάτων
- Τρόπους περιγραφής διακριτών σημάτων
- Χρήση μετασχηματισμών
- Σχεδίαση βιωσιών φίλτρων



Amplitude



Επεργυαντή διακριτά σήματα  
• Ακολουθία μεταβλητών βιωστών ή μη βιωστική πιεσολίθια ή μη βιωστική πιεσολίθια

Επεργυαντή διακριτά σήματα

• Διατηρή κρατιστικής μάτη ή ανασκόπησης μεταβλητών

## **Φιλτράρισμα**

- Απομάκρυνση θορύβου
- Απομάκρυνση ανεπιθύμητων τμημάτων ή φασματικών περιοχών
- Βελτίωση σημαντικών τμημάτων ή φασματικών περιοχών
- Αναγνώριση ύπαρξης συγκεκριμένου σήματος
- Αποκατάσταση-διόρθωση

## **Ανάλυση**

- Αναγνώριση σήματος
- Αναγνώριση σημείων ενδιαφέροντος
- Τμηματοποίηση σήματος
- Εξαγωγή χαρακτηριστικών και πληροφορίας
- Αναγνώριση προτύπων

## **Συμπίεση**

- Ελάττωση του όγκου με κωδικοποίηση

## **Μετάδοση**

- Αποδοτική μετάδοση χωρίς απώλειες με κωδικοποίηση

# Γεώργιος Παυλίδης

Δρ. Ηλεκτρολόγος Μηχανικός  
Ερευνητής Β' - Ερευνητικό Κέντρο "Αθηνά"

# Ψηφιακή Επεξεργασία Σήματος

"Όλοι ή γενικότερα υποβάλλουν σήματα για την επεξεργασία φωνών και μουσικής, από πλήθη διαφορετικών πηγών, όπως τα κοντάρια και ηχητικά συστήματα, και λειτουργούν με βασικές μεθόδους:

- Οικάρια (Οικάρια [Euler, Bernoulli, Lagrange]) αντιτίθενται μεθόδους στην έρευνα της Κοντάριας ή Συντονισμού, για λεπτή περιγραφή των ουγγαριών ή αυτογένετων θερμητικών γραμμών.

- Μοντελοποίησης με **Θεωρία των Μοτίλων**, η οποία προσπαθεί να περιγράψει την πορεία της ζώνης της Ανατολής σε έναν άνθρωπο.

- Ισημερινός ή Τελεστής της **Γάστρας** (Gass), ο οποίος επεξεργάζεται την ποσότητα της τρώσης του ανθρώπου.

- Μέχρι το 1990 η μετατροπή σήματος σε ηχητικό σημάδι ήταν στην έναρξη της ηλεκτρονικής μουσικής, μέσω της οποίας η μουσική ήταν η πρώτη ηχητική πηγή στην ηλεκτρονική μουσική.

## Πλονεκτήματα

- Επεξεργασία σήματος σε πολύ χαμηλές συχνότητες
- Μεγάλη ακύρωση (συντονισμός περιφερειακών συστημάτων)
- Υλοποίηση σε hardware
- Απαραίτηση να μετατρέψει τα επιλέγοντα
- Κοντινότητα και υποβίβεση
- Δυσκατάσταση για τοπικές λειτουργίες
- Σημαντικός διάμετρος (πολιτισμών)
- Τι φημενός ποιητήματος δεν παραπομένει
- "γήρωντα"
- μεγάλη αποτίθεση στα παρβάλλοντα
- αρμόδιωση στη στατικότητα και σταθερότητα

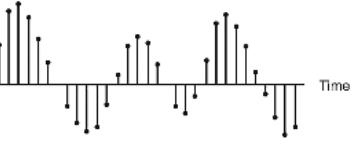
## Μεσονεκτήματα

- Άνετη διαχείριση μηχανών (real-time)
- Θερμότας εξισωτών (επιταχυνέται τη μέτρης πεπονισμάτων)

Εργασία II: Επεξεργασία σήματος από:  
• Ενιαία ψηφιακή εκπρόσωπη σήματος  
• Τρίτης παραδοσιακής λειτουργίας σημάτος  
• Τέταρτης παραδοσιακής λειτουργίας σημάτος  
• Νομικής λειτουργίας σημάτος  
• Λειτουργίας για την πράσινη

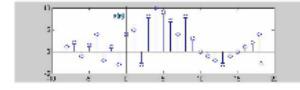


Amplitude



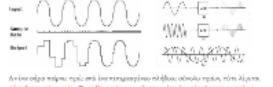
Time

Διαφερότερη σήματα ή σήματα διατετριμένης σημαδιώσης μετατρέπονται σε περιεχόμενα στην περιοχή της ζώνης της Ανατολής. Το διαφερότερο σήματα σήματα, δηλαδή, μία συστάση, της οποίας η ανεξάρτητη μεταβολή έχει απορρίψει αριθμητικά.

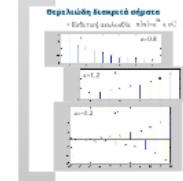
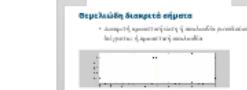


## Θερμότητα διαπέρασμάτων

• Αναπότομη αύξηση στην περιοχή της ζώνης της Ανατολής  
• Αναπότομη αύξηση στην περιοχή της ζώνης της Ανατολής  
• Αναπότομη αύξηση στην περιοχή της ζώνης της Ανατολής

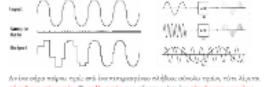


Διαφερότερη σήματα: από την περιοχή της ζώνης της Ανατολής στην περιοχή της ζώνης της Ανατολής



## Θερμότητα διαπέρασμάτων

• Επιταχυνέται στην περιοχή της ζώνης της Ανατολής  
• Αναπότομη αύξηση στην περιοχή της ζώνης της Ανατολής  
• Αναπότομη αύξηση στην περιοχή της ζώνης της Ανατολής



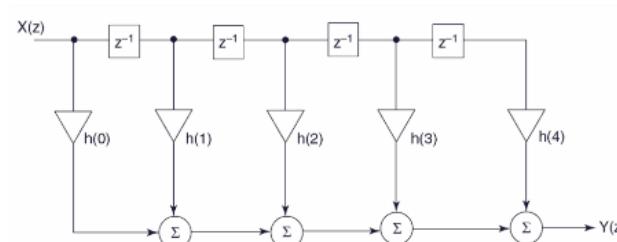
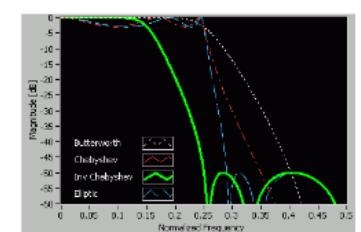
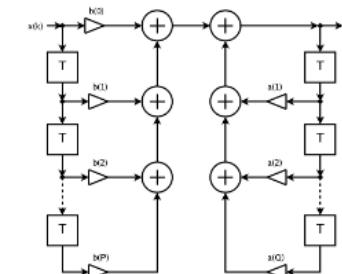
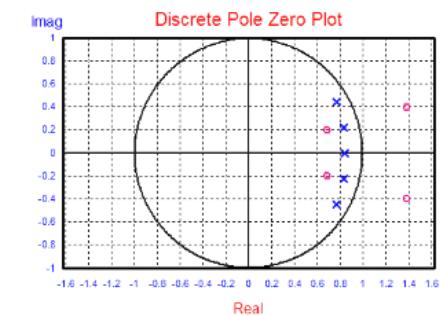
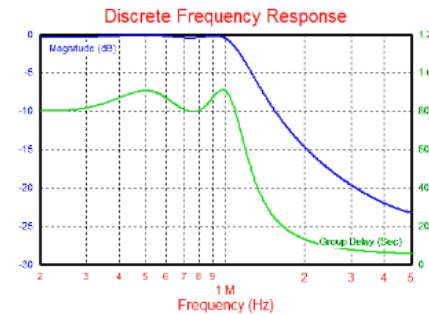
Διαφερότερη σήματα: από την περιοχή της ζώνης της Ανατολής στην περιοχή της ζώνης της Ανατολής

**Στόχος:** Η απόκτηση βασικών γνώσεων σε:

- Επεξεργασία διακριτών σημάτων
- Τρόπους αναπαράστασης διακριτών σημάτων
- Τρόπους περιγραφής διακριτών συστημάτων
- Χρήση μετασχηματισμών
- Σχεδίαση βασικών φίλτρων

## Περίγραμμα ύλης μαθήματος:

- Διακριτό σήμα
  - Θεώρημα δειγματοληψίας
  - Χαρακτηριστικά διακριτά σήματα
  - Πράξεις μεταξύ σημάτων και συνέλιξη
  - Διακριτή σειρά Fourier και διακριτός μετασχηματισμός Fourier
  - Μετασχηματισμός Z
- Διακριτό σύστημα
  - Συνάρτηση συστήματος
  - Ευστάθεια, αιτιατότητα, χρονική αμεταβλητότητα
  - Εξισώσεις διαφορών
  - Κρουστική απόκριση και συνάρτηση μεταφοράς
  - Αναδρομικές εξισώσεις
    - Επίλυση αναδρομικών εξισώσεων
    - Υλοποίηση διακριτών συστημάτων – Μπλοκ διαγράμματα.
- IIR και FIR φίλτρα
  - Τεχνικές σχεδίασης IIR φίλτρων
  - Τεχνικές σχεδίασης FIR φίλτρων



- Από την επινόηση του μαθηματικού λογισμού (17ος αιώνας) επιστήμονες και μηχανικοί δημιουργούν μοντέλα για την αναπαράσταση φυσικών φαινομένων υπό τη μορφή συνεχών μεταβλητών και διαφορικών εξισώσεων
- ακόμη και ο Newton χρησιμοποίηση μια ειδική περίπτωση συστημάτων διακριτού χρόνου
- Μαθηματικοί του 18ου αιώνα (Euler, Bernoulli, Lagrange) ανέπτυξαν μεθόδους αριθμητικής ολοκλήρωσης και παρεμβολής συναρτήσεων συνεχούς μεταβλητής
- Ιστορική έρευνα έδειξε ότι ο Gauss είχε ανακαλύψει τη βασική αρχή του Γρήγορου Μετασχηματισμού Fourier (FFT) κατά το 1805 πριν ακόμη ο Fourier δημοσιεύσει το μετασχηματισμό
- Μέχρι το 1950 η επεξεργασία σήματος γινόταν με αναλογικά συστήματα - τότε άρχισε να δημιουργείται η ανάγκη για έξυπνη επεξεργασία σήματος διακριτού χρόνου
- Μια από τις πρώτες εφαρμογές ψηφιακής επεξεργασίας σήματος με υπολογιστή ήταν στον εντοπισμό πετρελαιοπηγών (από σεισμικά δεδομένα)

Η δυνατότητα προσομοίωσης σε υπολογιστή πριν από την υλοποίηση ήταν σημαντικό πλεονέκτημα για τη χρήση υπολογιστών

Αρχικά σε υπολογιστές μόνο η προσομοίωση αναλογικού συστήματος λόγω αδυναμίας υλοποίησης εφαρμογών πραγματικού χρόνου (real-time)

Μάλιστα υπάρχουν παραδείγματα αλγορίθμων που αναπτύχθηκαν χωρίς αρχικά προφανή λόγο (χρησιμότητα) ύπαρξης (π.χ. cepstrum  $|\mathcal{F}\{\log(|\mathcal{F}\{f(t)\}|^2)\}|^2$ )

Με την επινόηση του FFT το 1965 από τους Cooley & Tukey δόθηκε εκπληκτική ώθηση στην ανάπτυξη πλήρως ψηφιακών συστημάτων επεξεργασίας σήματος

Ταυτόχρονα έγινε εμφανές ότι μπορεί να υλοποιηθεί σε hardware και ενισχύθηκε η προσέγγιση λόγω του χαρακτήρα του FFT που επενεργούσε σε σήματα διακριτού χρόνου (ακολουθίες)

Άρχισε η μετατόπιση της χρήσης υπολογιστών (από προσομοιωτές αναλογικά συστήματα)

Η επινόηση του μικροεπεξεργαστή έδωσε άλλη μια μεγάλη ώθηση στην υλοποίηση χαμηκού κόστους συστημάτων ψηφιακής επεξεργασίας σήματος

Η χρήση ψηφιακής επεξεργασίας σήματος είναι πλέον σήμερα καθολική

## **Πλεονεκτήματα**

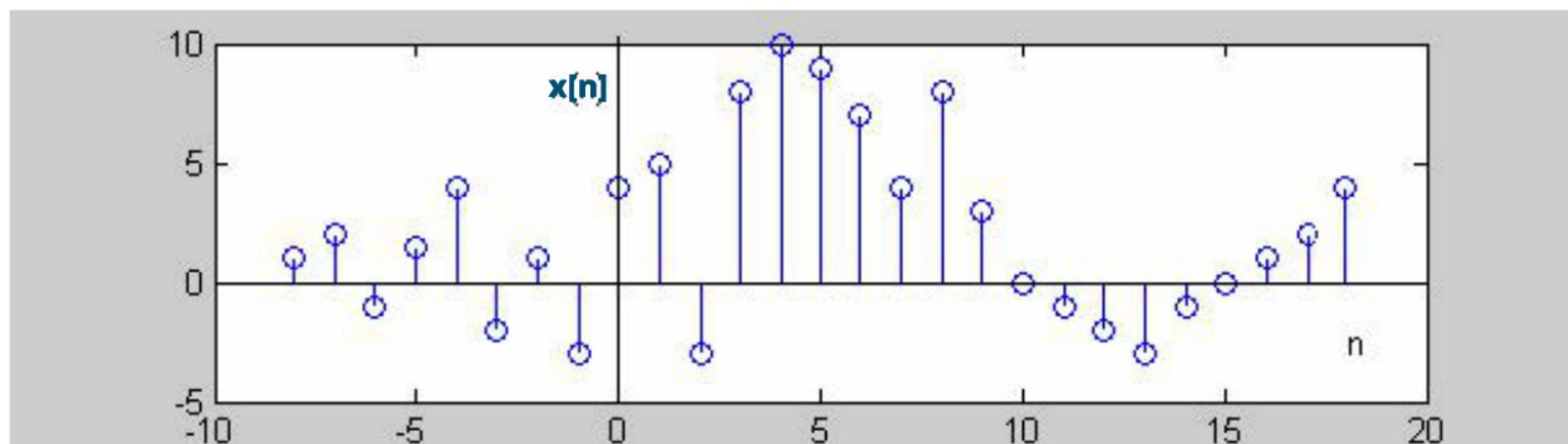
- Επεξεργασία σήματος σε πολύ χαμηλές συχνότητες
- Μεγάλη ευελιξία (ευκολία αλλαγής παραμέτρων συστήματος)
- Υλοποίηση σε hardware
- Ακρίβεια και ανάλυση που μπορεί να επιλέγεται
- Καθυστέρηση και αποθήκευση
- Δυνατότητα για πολύπλοκη επεξεργασία
- Τμηματική δόμηση (modularity)
- Τα ψηφιακή συστήματα δεν παρουσιάζουν
  - "γήρανση"
  - μεγάλη ευαισθησία στο περιβάλλον
  - αβεβαιότητα στη συμπεριφορά και απόδοση

## **Μειονεκτήματα**

- 'Ανω όριο συχνότητας (real-time)
- Θόρυβος κβαντισμού (πεπερασμένο μήκος καταχωρητών)

**Διακριτό σήμα ή σήμα διακριτού χρόνου** ονομάζουμε μία ακολουθία πραγματικών ή μιγαδικών τιμών  $x[n]$ ,  $n \in \mathbb{Z}$  και  $x[n] \in \mathbb{C}$ .

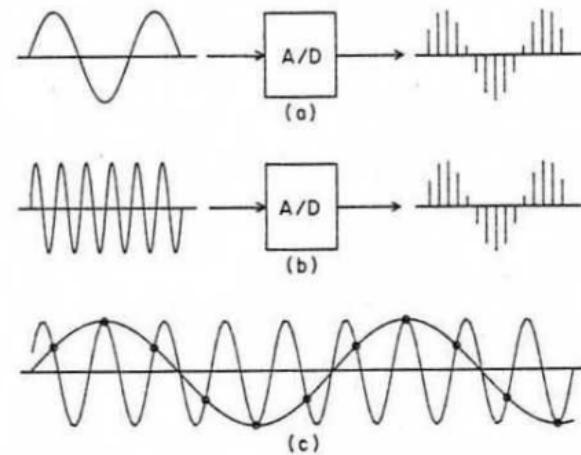
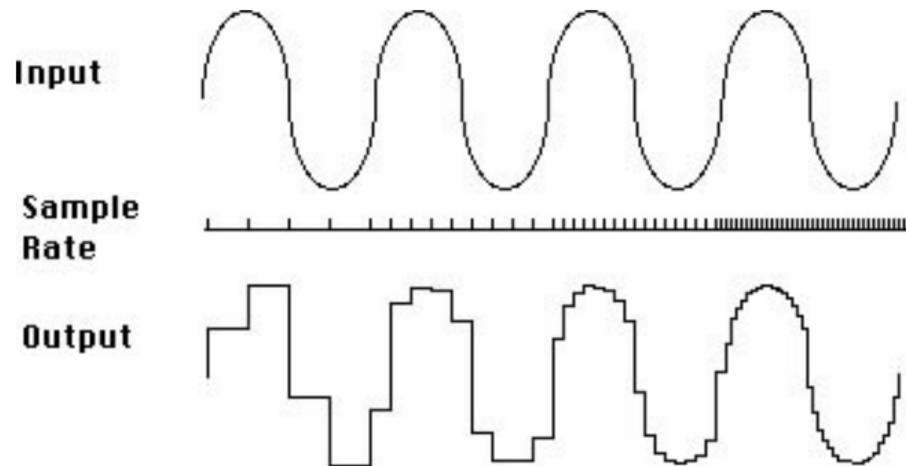
Το διακριτό σήμα είναι, δηλαδή, μία συνάρτηση, της οποίας η ανεξάρτητη μεταβλητή είναι ακέραιος αριθμός.



Τα διακριτά σήματα προέρχονται από μεγέθη που

- από τη φύση τους είναι **αριθμήσιμα**, π.χ. έσοδα ανά ημέρα, κίνηση ανά ώρα
- μεταβάλλονται σε σχέση με μία συνεχή μεταβλητή (συνεχή σήματα) ύστερα από **διαδικασία περιοδικής δειγματοληψίας**

- Αν η απόσταση μεταξύ διαδοχικών τιμών είναι σταθερή και ίση με  $T$  και  $x(t)$  η συνάρτηση της συνεχούς μεταβλητής  $t \Rightarrow x[n]=x[n.T]$  με  $f=1/T$  το ρυθμό δειγματοληψίας



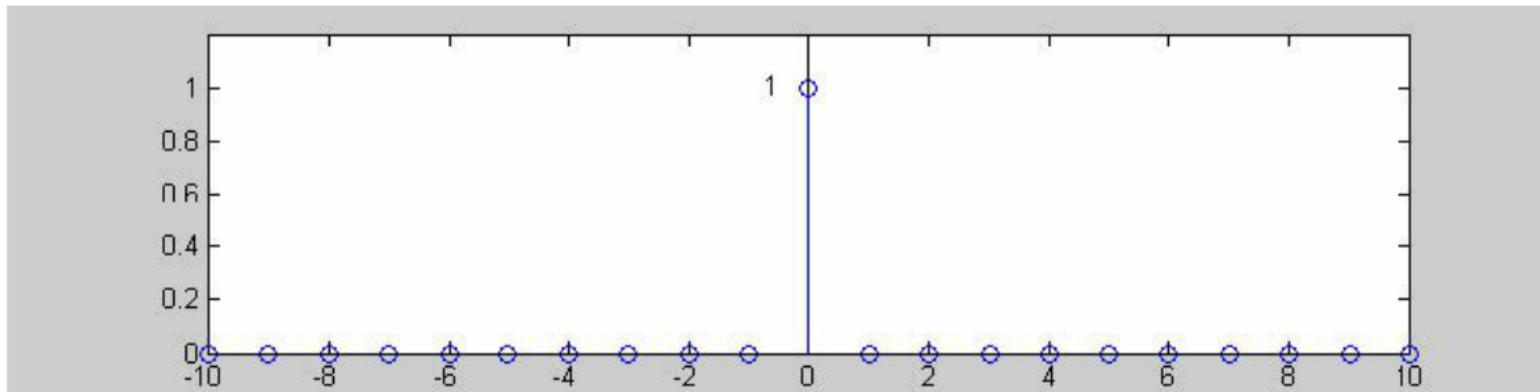
Αν ένα σήμα παίρνει τιμές από ένα πεπερασμένου πλήθους σύνολο τιμών, τότε λέγεται **σήμα διακριτών τιμών**. Το **πεδίο τιμών** του σήματος είναι ένα **σύνολο πεπερασμένου πλήθους στοιχείων**.

'Ένα διακριτό σήμα διακριτών τιμών λέγεται **ψηφιακό**.

Η **ψηφιοποίηση** μη ψηφιακών σημάτων απαιτεί τη **δειγματοληψία** του πεδίου ορισμού τους και τον **κβαντισμό** του πεδίου τιμών τους

## Θεμελιώδη διακριτά σήματα

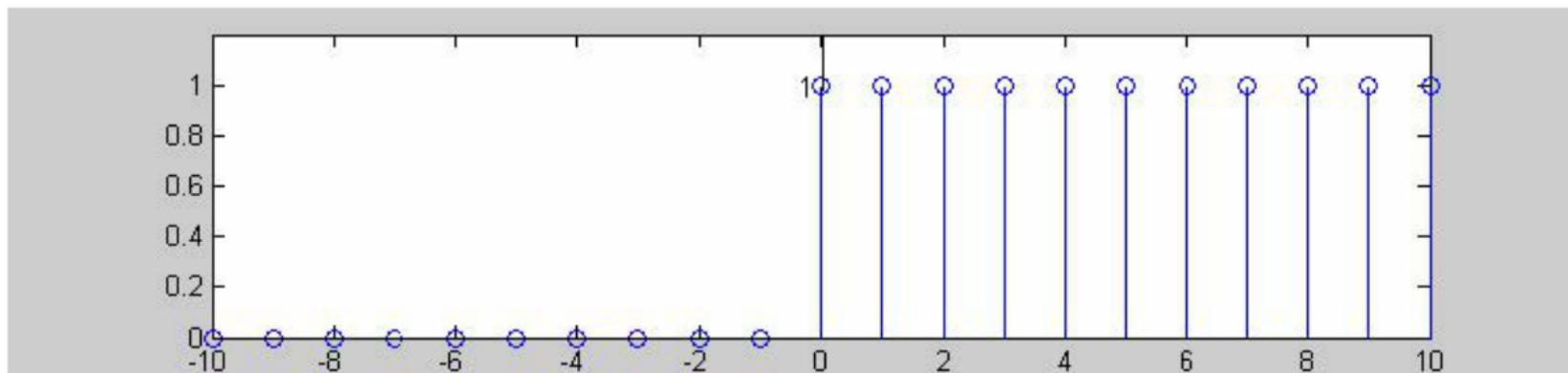
- Διακριτή κρουστική ώση ή ακολουθία μοναδιαίου δείγματος ή κρουστική ακολουθία



$$\delta[n] = \begin{cases} 1 & \text{για } n=0 \\ 0 & \text{για } n \neq 0 \end{cases}$$

## Θεμελιώδη διακριτά σήματα

- Ακολουθία μοναδιαίου βήματος ή μοναδιαία βηματική ακολουθία ή βηματική ακολουθία

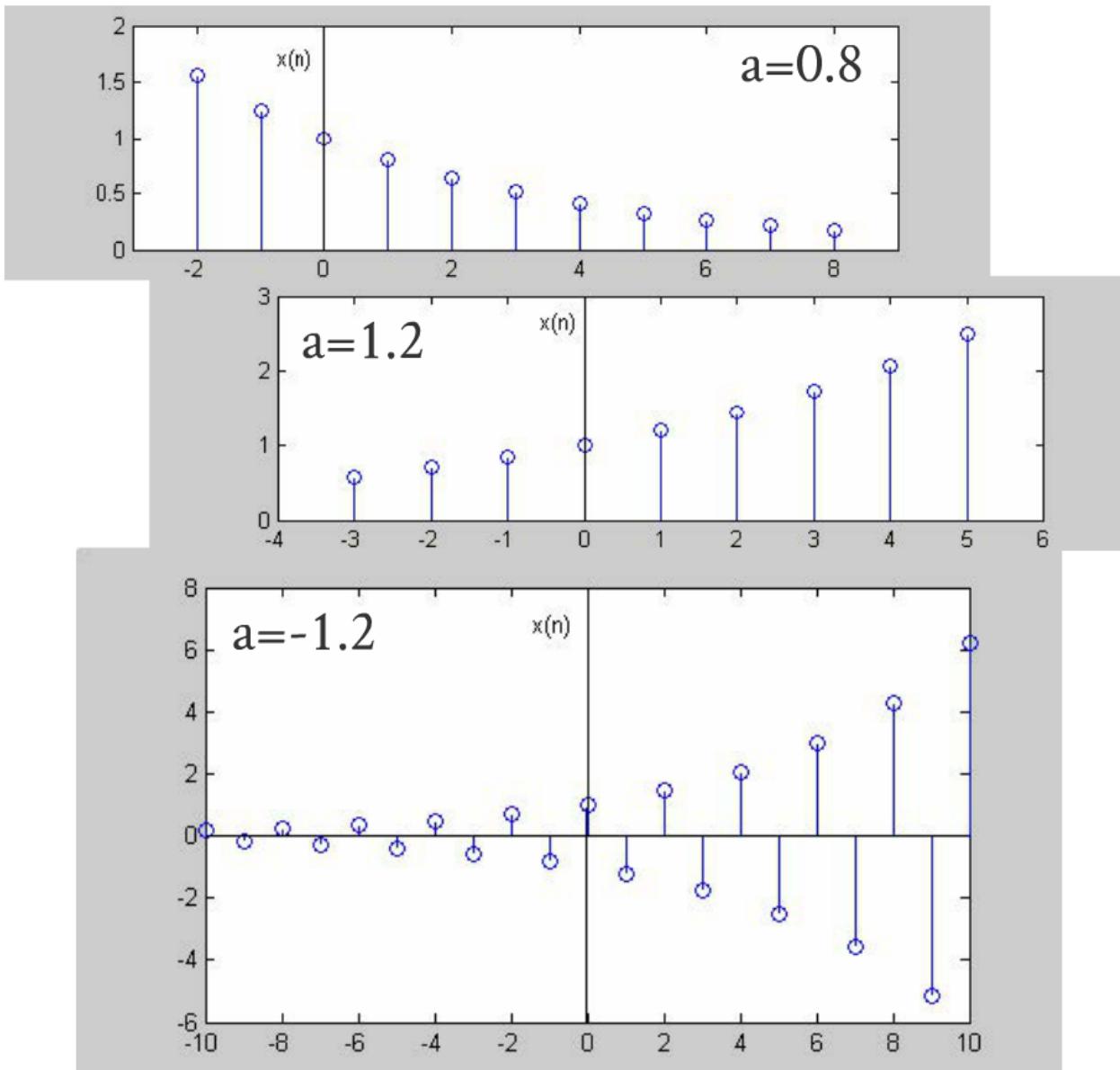


$$u[n] = \begin{cases} 1 & \text{για } n \geq 0 \\ 0 & \text{για } n < 0 \end{cases}$$

$$u[n] = \sum_{k=0}^{\infty} \delta[n-k]$$
$$\delta[n] = u[n] - u[n-1]$$

# Θεμελιώδη διακριτά σήματα

- Εκθετική ακολουθία  $x[n]=a^n$   $a \in \mathbb{C}$



Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η εκθετική ακολουθία όπαν  $a = e^{j\omega}$ ,  $\omega \in \mathbb{R}$ . Τότε ονομάζεται μιγαδική εκθετική ακολουθία και βάσει της ταυτότητας του Euler ισχύει η σχέση:

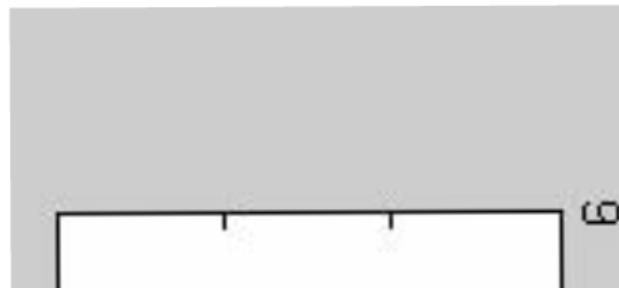
$$x[n] = e^{j\omega n} = \cos[\omega n] + j \sin[\omega n]$$

Οι μιγαδικές εκθετικές ακολουθίες είναι η βάση της ανάλυσης Fourier

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η εκθετική ακολουθία όταν  $a = e^{j\omega}$ ,  $\omega \in \mathbb{R}$ . Τότε ονομάζεται μιγαδική εκθετική ακολουθία και βάσει της ταυτότητας του Euler ισχύει η σχέση:

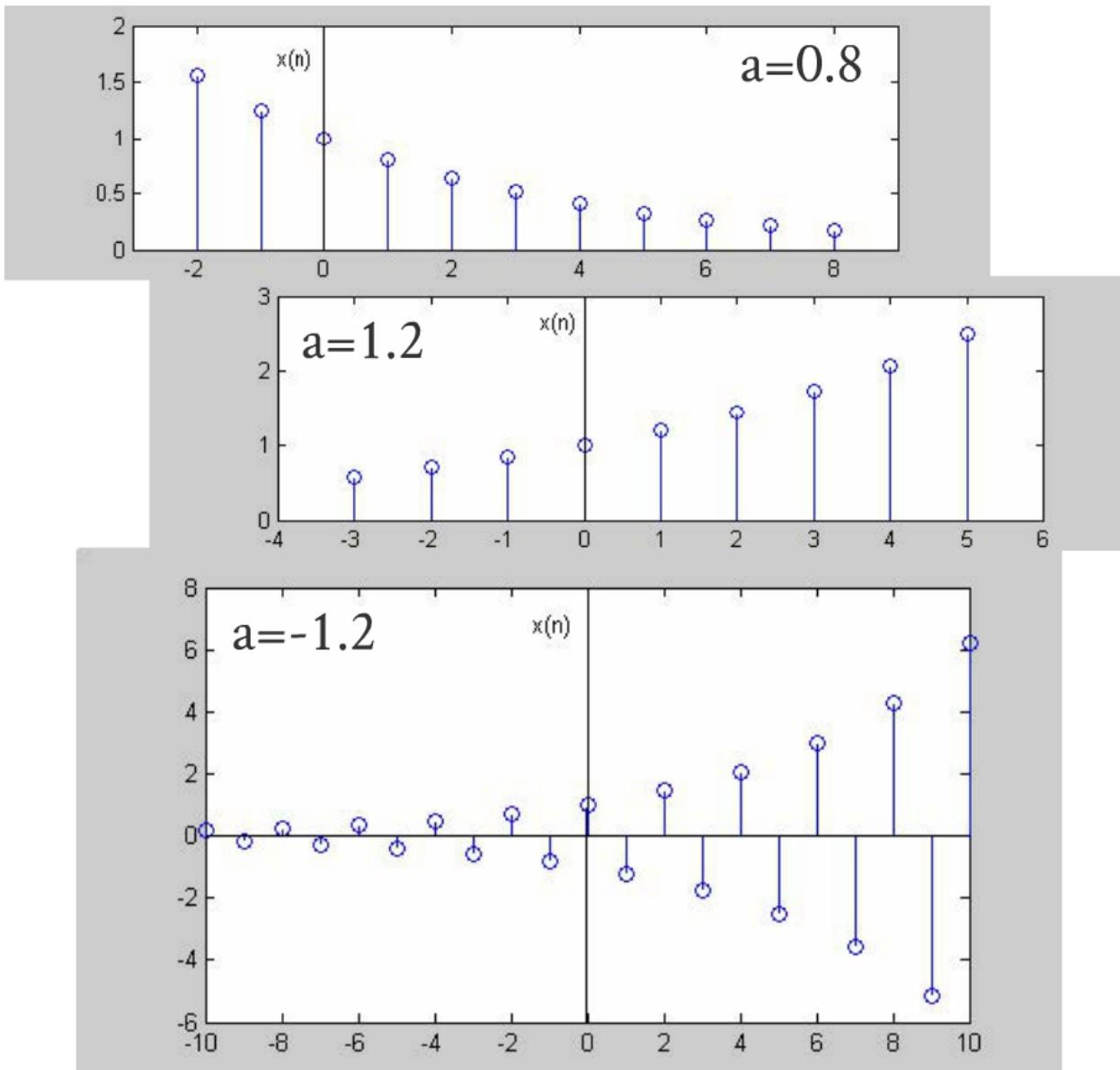
$$x[n] = e^{j\omega n} = \cos[\omega n] + j \sin[\omega n]$$

Οι μιγαδικές εκθετικές ακολουθίες είναι η βάση της ανάλυσης Fourier



# Θεμελιώδη διακριτά σήματα

- Εκθετική ακολουθία  $x[n]=a^n$   $a \in \mathbb{C}$



Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η εκθετική ακολουθία όπαν  $a = e^{j\omega}$ ,  $\omega \in \mathbb{R}$ . Τότε ονομάζεται μιγαδική εκθετική ακολουθία και βάσει της ταυτότητας του Euler ισχύει η σχέση:

$$x[n] = e^{j\omega n} = \cos[\omega n] + j \sin[\omega n]$$

Οι μιγαδικές εκθετικές ακολουθίες είναι η βάση της ανάλυσης Fourier